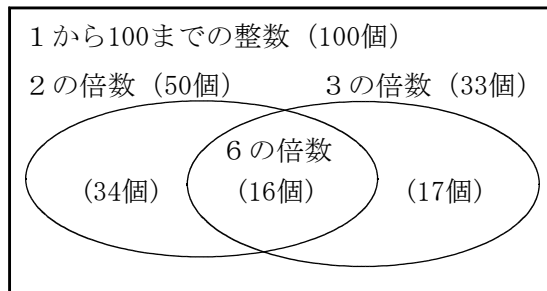


令和8年度 わか杉チャレンジフェスティバル 解説(第1回)
 <小学生の部>

I

- (1) 1 から100までの整数のうち、
 2 の倍数は50個、
 3 の倍数は33個、
 6 の倍数は16個ある。

この個数の関係を表すと右図のようになる。取り除かれるカードは67枚なので、残りのカードは**33枚**。



(2)

- ① 連続する3つの整数の和について、1の場合から順に調べてみると、
 $1 + 2 + 3 = 6$, $2 + 3 + 4 = 9$, $3 + 4 + 5 = 12$, ... のように、

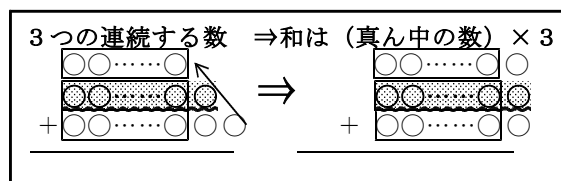
連続する3つの整数の和は(真ん中の数) $\times$ 3
 になると予想される。実際、右図から、

(真ん中の数) $\times$ 3 が分かる。

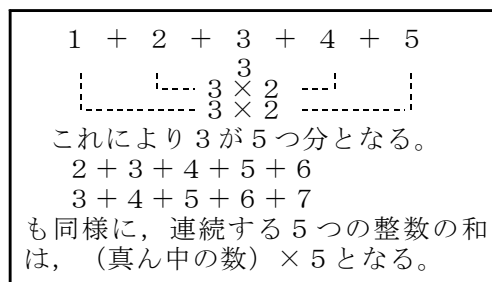
これが成り立つとすると、3枚のカードに書かれた整数の和が2けたの整数になるときの取り出し方のうち、和が最小になるのは $3 + 4 + 5 = 12$ 、最大になるのは $31 + 32 + 33 = 96$ のときである。

(真ん中の数) $\times$ 3 が6の倍数になるのは、(真ん中の数) が偶数のときである。

4から32までの偶数は15個あるので**15通り**。



- ② 右図に示すように、連続する5つの整数の和は
 (真ん中の数) $\times$ 5 と予想される。
 このことから、(真ん中の数) が24の倍数であれば、
 (真ん中の数) $\times$ 5 が120の倍数になる。
 24の倍数は4個あるので**4通り**。



- ③ 連続する何枚かのカードに書かれた整数の和をAとし、Aについて、枚数ごとに試行錯誤をしてみる。

㉞ 【カードの枚数が奇数】の場合、①、②と同様、Aは(真ん中の数) $\times$ (カードの枚数)

㉟ 【カードの枚数が偶数】の場合、

カードの枚数が2枚のとき、Aは $1 \times (3 \text{ 以上の奇数}) \cdots 3 \text{ 以上の奇数}$ になる。

カードの枚数が4枚のとき、Aは $2 \times (5 \text{ 以上の奇数}) \cdots 10 \text{ 以上の偶数}$ になる。

カードの枚数が6枚のとき、Aは $3 \times (7 \text{ 以上の奇数}) \cdots 21 \text{ 以上の奇数}$ になる。

カードの枚数が8枚のとき、Aは $4 \times (9 \text{ 以上の奇数}) \cdots 36 \text{ 以上の偶数}$ になる。

カードの枚数が10枚のとき、Aは $5 \times (11 \text{ 以上の奇数}) \cdots 55 \text{ 以上の奇数}$ になる。

⋮

Aが45になるのは、

㉞ 【カードの枚数が奇数】の場合、(整数) $\times$ (2以上の整数) = 45と表されるときで、

3枚のとき、 $15 \times 3 \cdots 14 + 15 + 16 = 45$

5枚のとき、 $9 \times 5 \cdots 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 45$

9枚のとき、 $5 \times 9 \cdots 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$

15枚のとき、 $3 \times 15 \cdots$ 真ん中が3で連続する15枚を並べることは不可能。

45枚のとき、 $1 \times 45 \cdots$ 真ん中が1で連続する45枚を並べることは不可能。

㉟ 【カードの枚数が偶数】の場合、45は奇数なので、Aが奇数になるときで、

2枚のとき、 $22 + 23 = 45$

6枚のとき、 $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 45$

10枚以上のとき、55以上の奇数になってしまう。

よって、カードの取り出し方は、

(14, 15, 16), (7, 8, 9, 10, 11), (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9),

(22, 23), (5, 6, 7, 8, 9, 10)。

II この問題は、計算で解くことは困難である。場合に分けたり、整理して考えたり、逆向きに考えたり、筋道を立てて考察する。

(1)

- ① この勝負は、14個目の石を置いた方が勝つ。→ 次の人は15個目の石を置くことになる。
先手がどうしたら14個目の石を置くことができるかを考える。
- ・先手が13個目の石を置く → 後手は石を1個置くことで、14個目の石を置くことができる。
 - ・先手が12個目の石を置く → 後手は石を2個置くことで、14個目の石を置くことができる。
 - ・先手が11個目の石を置く → 後手は石を3個置くことで、14個目の石を置くことができる。
 - ・先手が10個目の石を置く → 後手は石を4個置くことで、14個目の石を置くことができる。
 - ・先手が9個目の石を置く → 後手は14個目の石を置くことができなくなり、逆に、先手が14個目の石を置くことができる。

よって、先手が9個目の石を置くとよい。今、石は7個並んでいるので、先手は○の石を2個置くとよい。

- ② 一回目に○の石を4個置くとよい。その後は、先手が2人の置いた石の数の和が5になるようにして9個目の石を置き、同様に14個目の石を置くとよい。

*①より、この勝負は14個目の石を置いた方が勝つ。14個目の石を置くためには、9個目の石を置くとよい。同様に考えると、9個目の石を置くためには、4個目の石を置くとよい。

(最初に先手が石を4個置くと、後手が1～4個のいずれの個数の石を置いても、先手が2人の置いた石の数の和が5になるようにすれば、先手は9個目の石を置くことができる。例えば、後手が3個の石を置いた場合、先手は2個の石を置くと9個目の石を置くことができる。)

(2) 少し試行錯誤をして楽しみながら考えてほしい。

- ① ⑤に置くとよい。

先手が○の石を⑤に置いた場合、後手がどこに●の石を置いても、先手は○の石を⑥と⑦のいずれかに置けば勝つことができる。

*このような状況はダブルリーチといって、「必勝パターン」に持ち込むことができるといえる。

- ② 次のいずれかの原則に当てはめると、「必勝パターン」に持ち込むことができる。

原則1：相手が次に石を置くべきところを限定させる。

原則2：ダブルリーチの形にする。

(i) イの場合

後手が●の石を⑤に置く

→ 先手は○の石を必ず⑥に置く(原則1)

→ 後手が●の石を⑥に置いてダブルリーチ(原則2)

(ii) エの場合

後手が●の石を⑦(㉗)に置く

→ 先手は○の石を必ず⑥(㉖)に置く(原則1)

→ 後手が●の石を⑥(㉖)に置いてダブルリーチ(原則2)

(iii) オの場合

後手が●の石を⑦(㉗)に置く

→ 先手は○の石を必ず⑥(㉖)に置く(原則1)

→ 後手が●の石を⑥(㉖)に置いてダブルリーチ(原則2)

(iv) ア、ウの場合

上の原則により石を置くことができない。実際、置く場所はそれぞれ6通りしかないのです。試してみよう。どこに置いても、相手がミスをしないうり負けか引き分けとなる。

よって、「必勝パターン」に持ち込むことができるのは、イ、エ、オ。

図4

㉕	㉖	㉗
㉘	㉙	㉚
㉛	㉜	㉝

図5

●	㉖	㉗
㉘	㉙	㉚
○	●	○