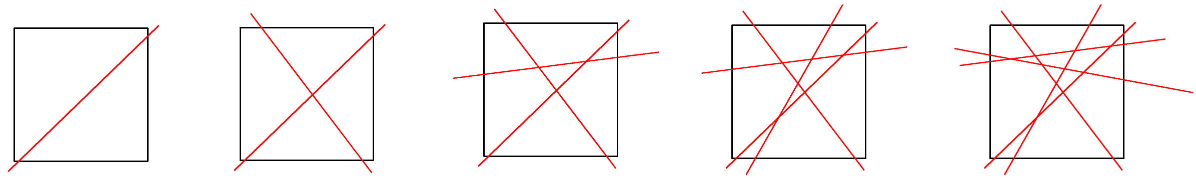
中学校　解説

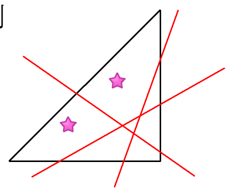
Ⅰ

(1) 折り紙に引く直線の数により，直線で切り分けられる紙の枚数の最大の値は，次のようになる。



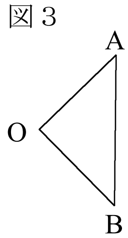
１本のとき２枚　　２本のとき４枚　　３本のとき7枚　　４本のとき11枚　　５本のとき16枚

(2)① 例



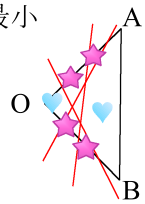
切るとき☆は１枚。
それ以外の部分は２枚に。
よって，
１×２＋２×５＝12

② 図３



最小となるのは，３本の直線がいずれも辺 AB を通らないとき。

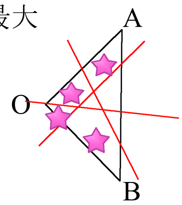
最小



1×2＋2×4＋4×1＝14枚

最大となるのは，３本の直線がすべて辺 AB を通るときである。

最大



＊点 O を通る

2×4＋4×3＝20枚

※３本の直線で７つの部分に分けられ，切ると♡は１枚，☆は２枚，その他は４枚になる。

Ⅱ

(1) ちょうど同じ数の袋に分類するのだから，袋の数は90，120，150の公約数になる。
　90の約数　1，2，3，5，6，9，…，90
　120の約数　1，2，3，5，6，8，…，120
　150の約数　1，2，3，5，6，…，150
　公約数は｛1，2，3，5，6，10，15，30｝となる。このうち袋の数がも最も多い30袋のとき，１袋当たりのアメ玉の個数がもっとも少なくなる。このとき，それぞれの味のアメ玉は，ブドウ味３個，オレンジ味４個，ピーチ味５個になる。したがって，a は３，b は４，c は５。

(2) 条件１からブドウ味のアメ玉の数は３，４，５の公倍数よりも２小さい自然数である。３，４，５の最小公倍数は60だから，58，118，178，238，298，358，…であり，$60p-2$（p は自然数）と表すことができる。
　条件２からブドウ味のアメ玉の数は，オレンジ味のアメ玉の数の２倍だから偶数となる。$60p-2$ は偶数を表していることから，どのような数でも当てはまる。また，ブドウ味のアメ玉の数は，ピーチ味のアメ玉の数の７倍だから，$60p-2$ で表される数のうち，７で割り切れる数である。よって，ブドウ味のアメ玉の数として考えられるのは，238，658，1078，1498，…であり，$420q-182$（q は自然数）と表すことができる。また，$420q-182$ で表される数のうち，条件３「４けたの整数で最小」となるのは，1078個である。よって，条件２からオレンジ味のアメ玉は539個，ピーチ味のアメ玉は154個つくったことが分かる。
　したがって，つくったアメ玉をすべて売ったときの売り上げは，
　10×1078＋20×539＋30×154＝10780＋10780＋4620＝26180円

(3) 条件１の「５で割ると３あまり，７で割ると４あまる」に当てはまる自然数は，５と７の最小公倍数のうち35以下では18のみ。よって，18，53，88，123，…であり，$35m-17$（m は自然数）と表すことができる。
　$35m-17$ で表される数のうち，「３で割ると２あまる」に当てはまる自然数は，53，158，…であり，$105n-52$（n は自然数）と表すことができる。$105n-52$ で表される数のうち，条件２の「８の倍数」に当てはまるのは，$105n-52=8(13n-7)+n+4$ と変形できることから，$n+4$ が８の倍数になるとき。すなわち，$n=4$，12，20，…であり，$8k-4$（k は自然数）と表すことができる数であればよいことが分かる。
　$n=8k-4$ を $105n-52$ に代入すると，$105(8k-4)-52=840k-472$ となり，そのうち４けたの整数で最小となるのは，$k=2$ のときで，1208。