中学校　解説

Ⅰ

(1)　ステップ①の操作により，すべてのカードの表面が白となる。

ステップ②の操作により，偶数の数字が書かれたカードは黒（25枚），奇数の数字が書かれたカードは白（25枚）となる。

ステップ③の操作により，３の倍数の数字が書かれたカードの中で，

奇数のカード（3，9，15，21，27，33，39，45）の８枚は，白→黒となり，

偶数のカード（6，12，18，24，30，36，42，48）の８枚は，黒→白となる。

よって，黒のカードは　25＋8－8＝25枚。

(2)　整数 n が書かれたカードについて，ステップⓝの操作により，n の約数が偶数個であればカードは黒となり，奇数個であれば白になる。例えば，６の約数は1，2，3，6の４個あるから，6のカードは，ステップ①の白の状態から，ステップ②，③，⑥の操作により，白→黒→白→黒と３回裏返されるので，黒となる。

１～50の整数の中で，約数の個数が奇数個のものは，1，4，9，16，25，36，49の７個。

その他の43個の整数は約数の個数が偶数個なので，ステップ㊿の操作により，黒のカードは43枚。

(3)　(2)より，ステップ㊿の操作により，黒は43枚，白は７枚。

（白になっているカードは，1，4，9，16，25，36，49。それ以外はすべて黒）

その一つ前の操作，ステップ㊾までは，50を戻して（黒→白），黒が42枚，白が８枚。

その一つ前の操作，ステップ㊽までは，49を戻して（白→黒），黒が43枚，白が７枚。

その一つ前の操作，ステップ㊼までは，48を戻して（黒→白），黒が42枚，白が８枚。

その一つ前の操作，ステップ㊻までは，47を戻して（黒→白），黒が41枚，白が９枚。

その一つ前の操作，ステップ㊺までは，46を戻して（黒→白），黒が40枚，白が８枚。

このように一つ前の操作をたどっていくと，黒が減ることが多い。（圧倒的に約数が偶数個の整数の方が多い）

したがって，ステップ㊽の操作の後とステップ㊿の操作の後に黒が43枚となり，黒のカードの枚数が最も多くなる。

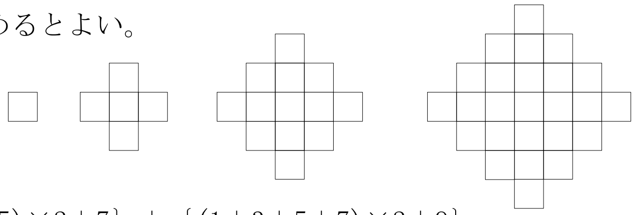
ちなみに，n 回目（ステップⓝ）の操作の後の黒のカードと白のカードの枚数は次のようになる。

回目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
黒	0	25	25	21	23	21	20	24	23	26	26	24	23	24	23	22	22	24	24	24	24	24	24	24	22
白	50	25	25	29	27	29	30	26	27	24	24	26	27	26	27	28	28	26	26	26	26	26	26	26	28

回目	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
黒	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	42	43
白	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	8	7

Ⅱ

(1) 右の図のような形の７段までの個数の合計を求めるとよい。



$1+(1\times2+3)+\{(1+3)\times2+5\}+(1+3+5)\times2+7\}+\{(1+3+5+7)\times2+9\}$
$+\{(1+3+5+7+9)\times2+11\}+\{(1+3+5+7+9+11)\times2+13\}$
$=1+5+13+25+41+61+85$
$=$<u>231個</u>。

(2)

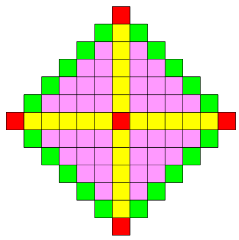
① ７段の立体を上，下から見たとき：$\{(1+3+5+7+9+11)\times2+13\}\times100=8500\text{cm}^2$ 。
右，左，前，後からみたとき：$(1+3+5+7+9+11+13)\times100=4900\text{cm}^2$ 。
したがって，$8500\times2+4900\times4=17000+19600=$<u>$36600\text{cm}^2$</u> 。

②

ペンキがぬられた面の数（面）	0	1	2	3	4	5	6
立方体の個数（個）	<u>85</u>	<u>61</u>	<u>0</u>	<u>40</u>	<u>40</u>	<u>5</u>	<u>0</u>

６面の場合　０（無い）
５面の場合　５（５つの頂点 ■ ）
４面の場合　５×８＝40（頂点を除く８辺 ■ ■ ）
３面の場合　（１＋２＋３＋４）×４＝40（４側面 ■ ）
２面の場合　０（無い）
１面の場合　(1＋3＋5＋7＋9)×２＋11＝61（底面の内側）
０面の場合　1＋5＋13＋25＋41＝85（内部の５段）
［たしかめ：0＋5＋40＋40＋0＋61＋85＝231］

上から見たときのようす



(3) Ｐに流す水の量を１とすると，各段の上面に流れる水の量は右の図のようになる。
右の図から，Ｇ４の面には19/216 の1/2 の量の水が流れるので，
432 ×19/216×1/2＝<u>19Ｌ</u>。