令和３年度わか杉チャレンジフェスティバル（中学生の部）解説

Ⅰ

(1) 連続した５つの数の和はその真ん中の数の５倍である。真ん中の数は 20 であり，

$18 + 19 + 20 + 21 + 22 = 100$　　　　$\boxed{ア} = 22$

(2) ８個の連続した数を　n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$，$n+5$，$n+6$，$n+7$ とすると，その和は　$8n + 28 = 8(n+3) + 4$ となり，８で割ったとき４余る。

2021 以降で，８でわったとき４余る数が初めて現れるのは 2028。

（$250 + 251 + 252 + 253 + 254 + 255 + 256 + 257 = 2028$ である）

(3) ３個の条件について

「３つの連続した数の和で表すことができる」⇒　和は３の倍数・・・①

「５つの連続した数の和で表すことができる」⇒　和は５の倍数・・・②

「10 個の連続した数の和で表すことができる」⇒　和は $10n + 45$ の形・・・③

①②より，「和は 15 の倍数」・・・④

③④より，「和は $30n + 45$ の形」である。

・ $n = 1$ のとき，$3 + 4 + 5 + \cdots + 12 = 75$

・ $n = 2$ のとき，$6 + 7 + 8 + \cdots + 15 = 105$

⋮

・ $n = 65$ のとき，$195 + 196 + 197 + \cdots + 194 = 1950 + 45 = 1995$

1 ～ 2021 までの自然数で，10 個の連続した数の和で表される自然数は 65 個。

1995 が最大。

Ⅱ

(1) ①　$110.56 \times 5 = 552.8$　切り捨てで　552（円）

②　$10000 \div 15.97 = 626.17$　切り捨てで　626（中国人民元）

(2) **ア**，**ウ**　は，元金より少なくなるのでありえない。（帰国時，円高になっている）

イ　は，100 万円　⇒　8,061（ユーロ）⇒　1,092,184（円）

エ　は，100 万円　⇒ 12,735（豪ドル）⇒　1,108,963（円）

オ　は，100 万円　⇒ 61,804（人民元）⇒　1,084,042　（円）　　　　以上より，**エ**

(3) [A]で豪ドルに x 万円両替するとすると，米ドルは（$200 - x$）万円になる。

２年後，ちょうど 220 万円になっているようにするには，

$$x \div 78.52 \times 80.84 \div 82.43 \times 92.6 + (200 - x) \div 110.56 \times 110.97 = 220$$

$$\frac{80.84 \times 92.6 \times x}{78.52 \times 82.43} + \frac{110.97 \times (200 - x)}{110.56} = 220$$

$$1.1566x + 1.0037(200 - x) = 220$$

$$0.1529x = 19.26$$

$$x = 125.96$$　　よって 126 万円

（電卓の精度が関係するため，125 ～ 127 万円を正解とする）

Ⅲ

片皿法は，おもりの和の分だけ量ることができる。

両皿法は，片皿法に加えて，おもりを負の数にして加えたおもさも量ることができる。

(1) 片皿法⇒１ g，２ gのおもりで，1，2，(1+2)のように，３ gまで量れる。

両皿法⇒１ g，３ gのおもりで，1，(3-1)，3，(1+3) のように，４ gまで量れる。

(2) １ g，２ g ⇒ ３ gまで量れる。次の４ gのおもりを加えて，

１ g，２ g，４ g⇒ ７ gまで量れる。次の８ gのおもりを加えて，

１ g，２ g，４ g，８ g⇒ 15gまで量れる。次の 16gのおもりを加えて，

１ g，２ g，４ g，８ g，16g⇒ 31gまで量れる。

ゆえに，最低でも５個のおもりが必要。

(3)・ １g，３g ⇒4 gまで可能 (1，3-1，3, 1+3)。次の９ g(4+5)のおもりを加えて，

・ １g，３g，９g ⇒13gまで可能 (9-1-3，9-3, 9+1-3,9-1，9,9+1，9+3-1，9+1+3)。

次に 27g(13+14)のおもりを加えて

・ １g，３g，９g，27g ⇒40gまで可能 (27-1-3-9，27-3-9， ・・・ 1+3+9+27)。

次に 81g (40 ＋ 41) のおもりを加えて

・ １g，３g，９g，27g，81g ⇒121 gまで可能 (81-27-1-3-9，81-27-3-9， ・・・ 1+3+9+27 ＋81)。

よって，121gまでのすべての整数値の重さを量ることが可能。

Ⅳ

(1) １から反時計回りに４マス回すと７。伝えたい数は７。

(2) 次の＜P＞＜Q＞２つのことをおさえながら，問題を考える。

＜P＞円盤Ｂの伝えたい数字から<u>時計回りに</u>９× $\boxed{K}$ マス回したところの円盤Ａの数字が $\boxed{S}$

逆に言うと，

円盤Ａの $\boxed{S}$ から<u>反時計回りに</u>９× $\boxed{K}$ マス回したところの円盤Ｂの数字が，伝えたい数字。

＜Q＞９× $\boxed{K}$ は２桁の数になるが，円盤は<u>その一の位の分だけ回転すると考えてよい</u>。

・ $\boxed{K}$ ≧０のとき， ９× $\boxed{K}$ の一の位の数は <u>10 － $\boxed{K}$</u>

・ $\boxed{K}$ ＜０のとき， ９× $\boxed{K}$ の一の位の数は <u>－ 10 － $\boxed{K}$</u> としてよい。

① 伝えたい数は $\boxed{-5}$ $\boxed{5}$，$\boxed{+2}$ $\boxed{8}$，$\boxed{-7}$ $\boxed{2}$ であり，

$\boxed{-5}$ $\boxed{5}$ ⇒ ５から反時計回りに－５マス回したところが伝えたい数，よって，伝えたい数は０。

$\boxed{+2}$ $\boxed{8}$ ⇒ ８から反時計回りに＋８マス回したところが伝えたい数，よって，伝えたい数は０。

$\boxed{-7}$ $\boxed{2}$ ⇒ ２から反時計回りに－３マス回したところが伝えたい数，よって，伝えたい数は５。

② $\boxed{+2}$ $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ $\boxed{1}$ ，$\boxed{ウ}$ $\boxed{7}$ で、「７」「３」「５」を伝えなくてはならない。

$\boxed{+2}$ $\boxed{ア}$ で７を伝える…７から時計回り８マス回したところが $\boxed{ア}$ 。 よって， $\boxed{ア}$ ＝5

$\boxed{イ}$ $\boxed{1}$ で３を伝える…３から時計回りに 10－$\boxed{イ}$ マス回したところが $\boxed{1}$ 。

よって， $\boxed{イ}$ ＝２

$\boxed{ウ}$ $\boxed{7}$ で５を伝える…５から時計回りに－10－$\boxed{ウ}$ マス回したところが $\boxed{7}$ 。

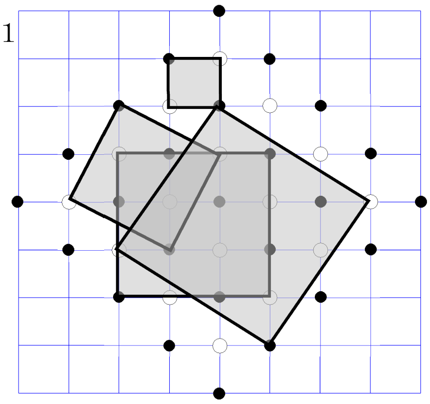
よって， $\boxed{ウ}$ ＝－２

V

(1) ● の個数＝ 10 × 10 ＝ 100 （個）

○ の個数＝ 9 × 9 ＝ 81 （個）

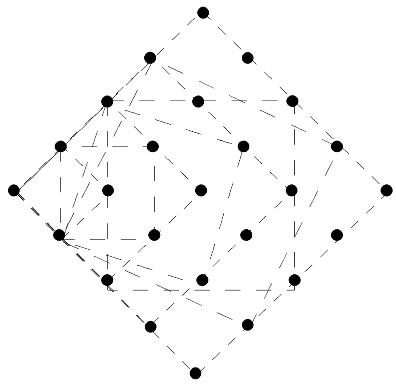
図 1



(2) ① 右の図 1 のように 4 通りの面積をつくることができる。

1 cm^2 ， 5 cm^2， 9 cm^2 ， 13 cm^2

図 2



② 右の図 2 のように，つくることのできる面積は，

2 cm^2 ⇒ 4 × 4 ＝ 16 個

4 cm^2 ⇒ 1 ＋ 2 ＋ 3 ＋ 2 ＋ 1 ＝ 9 個

8 cm^2 ⇒ 3 × 3 ＝ 9 個

10 cm^2 ⇒ 4 ＋ 4 ＝ 8 個

16 cm^2 ⇒ 1 個

18 cm^2 ⇒ 2 × 2 ＝ 4 個

20 cm^2 ⇒ 1 ＋ 1 ＝ 2 個

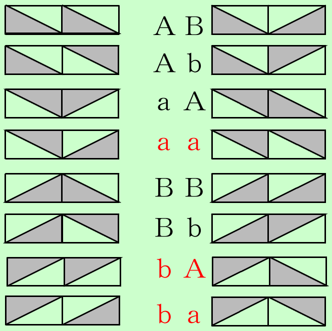
32 cm^2 ⇒ 1 × 1 ＝ 1 個

よって，合計は 16 ＋ 9 ＋ 9 ＋ 8 ＋ 1 ＋ 4 ＋ 2 ＋ 1 ＝ 50

VI

想定される 16 通りの並べ方（これから同一のものを排除すると 10 通り）

ＡＡ　ＡＢ
Ａａ　Ａｂ
ａｂ　ａＡ
ａＢ　ａａ
ＢＡ　ＢＢ
Ｂａ　Ｂｂ
ｂｂ　ｂＡ
ｂＢ　ｂａ



２種類のタイルＡ,Ｂを 180 度回転したものをそれぞれａ,ｂとする。

　今問われているのは，Ａ，ａ，Ｂ，ｂの４通りの置き方から２通りを並べる方法である。

それは，左の 16 通り。同じとするものは，
　例１⇒ＡＢ，ｂａ
　例２⇒Ａｂ，Ｂａ
　例３⇒ＡＡ，ａａ
その他，ＢＡ＝ａｂ
　　　　ＢＢ＝ｂｂ
　　　　ａＢ＝ｂＡ

(1) ①　線対称となるのは，ＡＢ,ａｂの２種類。

　②　例１，２と①を除くと，Ａａ,ａＡ，ａＢ，ＢＢ，Ｂｂ，ｂＢ。

(2) ＡＡ,ａａ,ＢＢ,ｂｂを使う場合…４通り。（Ａｂ,ａＢ,ｂＡ,Ｂａを使う場合も同様）

　Ａａ,ｂＢを使う場合…２通り。（ａＡ,Ｂｂを使う場合も同様）

　ＡＢ，ｂａを使う場合…２通り。（ａｂ,ＢＡを使う場合も同様）

　よって，４×２＋２×２＋２×２＝１６　　１６種類