

# 令和3年度 わか杉チャレンジフェスティバル (自宅実施) について

あきた・まなV I V A ! 創造塾

## <問題について>

わか杉チャレンジフェスティバルでは、数学を中心とした、思考力や創造力を試す問題を出題します。

参加対象は秋田県内の中学生です。

秋田県以外の中学生や、高校生以上の人も挑戦していただいてもかまいませんが、各自で採点してください。

## <解答の仕方について>

解答は、ダウンロードして印刷した解答用紙に記入してください。

解答は、見やすく、はっきりと書くようにしてください。

制限時間はありませんが、他の人と相談せず、自分1人で取り組んでください。

解答用紙の最後にある確認事項の□に✓を付けてください。

## <解答用紙の提出について> ※秋田県内の中学生のみ

解き終わったら、令和3年10月7日(木)までに、あなたの学校の先生に提出してください。

解答用紙は返却しませんので、必要ならばコピーをとるなどしておいてください。

## <解答等の公開について>

解答と解説を、令和3年10月29日(金)にわか杉学びネットで公開します。

## <採点結果等の送付について>

採点結果は、あなたの学校に11月中旬頃に送付します。

成績が優秀だった人には、賞状を送付します。また、学校名と氏名をわか杉学びネット等で紹介します。

## <注意事項>

※ 問題をインターネット等に転載することを禁止します。

※ 独自の解答や解説をインターネット等へ書き込んだり、問題の内容や解答をSNS等へ書き込んだりすることは、令和3年10月29日(金)までは行わないでください。

# 令和3年度 わか杉チャレンジフェスティバル 問題用紙

(中学生の部)

I 何個かの連続した自然数の和について考えます。

3個の連続した自然数の和 <例>  $1 + 2 + 3$  ,  $2 + 3 + 4$  ,  $3 + 4 + 5$  , ...

4個の連続した自然数の和 <例>  $1 + 2 + 3 + 4$  ,  $2 + 3 + 4 + 5$  , ...

5個の連続した自然数の和 <例>  $1 + 2 + 3 + 4 + 5$  ,  $2 + 3 + 4 + 5 + 6$  , ...

⋮

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 5個の連続した自然数の和が100になるとき、5個の自然数のうち最も大きい数⑦を答えなさい。

$$\square + \square + \square + \square + \textcircled{7} = 100$$

(2) 今年は西暦2021年ですが、2021は8個の連続した自然数の和で表すことができません。今年以降で、はじめて8個の連続した自然数の和で表せる年は西暦何年か、答えなさい。

(3) 1～2021の自然数の中で、次の【条件】をすべて満たす自然数は何個あるか、答えなさい。また、そのうち最大の自然数を答えなさい。

**【条件】**

- ・ 3個の連続した自然数の和で表すことができる。
- ・ 5個の連続した自然数の和で表すことができる。
- ・ 10個の連続した自然数の和で表すことができる。

II 次の表は過去3年間の為替相場を表したものです。為替相場は常に変動していますが、ここでは1年間固定しているものとして考えることとします。お金を他国の通貨に両替する際は下記の方法で行い、計算結果が小数となるときには、小数第一位を切り捨てて整数の金額とします。また、両替の際には手数料等は一切かからず、金利も無いものとしてします。下の(1)～(3)の問いに答えなさい。

表 <過去3年間の為替相場>				<両替の方法(2019年の場合)>	
	2019年	2020年	2021年		
アメリカドル	110.56	104.50	110.97	○ (アメリカドル) から (円) に両替	
ユーロ	124.04	128.45	135.49	計 算 過 程 (切り捨て後)	
カナダドル	85.39	82.43	92.60	1 (アメリカドル) = $110.56 \times 1 = 110.56 \Rightarrow 110$ (円)	
オーストラリアドル	78.52	80.84	87.08	2 (アメリカドル) = $110.56 \times 2 = 221.12 \Rightarrow 221$ (円)	
中国人民币元	15.97	16.18	17.54	3 (アメリカドル) = $110.56 \times 3 = 331.68 \Rightarrow 331$ (円)	
<表の読み方(2019年の場合)>				○ (円) から (アメリカドル) に両替	
1 (アメリカドル) = 110.56 (円)				1000(円) = $1000 \div 110.56 = 9.04 \Rightarrow 9$ (アメリカドル)	
1 (ユーロ) = 124.04 (円)				2000(円) = $2000 \div 110.56 = 18.09 \Rightarrow 18$ (アメリカドル)	

(1) 2019年の為替相場をもとに、次の **ア** , **イ** に当てはまる数を答えなさい。

① 5 (アメリカドル) = **ア** (円) である。

② 10000円 = **イ** (中国人民币元) である。

(2) 出国するときに元金100万円を相手国の通貨に両替し、元金を使わずに帰国時にすべて日本円に両替しました。このとき、帰国時に最も多くの日本円を受け取ることができたのはどの場合か、次の **ア**～**オ**から1つ選んで記号で答えなさい。またそのときの金額を日本円で答えなさい。

**ア** 2019年にアメリカに入学し、2020年に日本に帰国した。

**イ** 2019年にフランス (ユーロ使用) に入学し、2021年に日本に帰国した。

**ウ** 2019年にカナダに入学し、2020年に日本に帰国した。

**エ** 2019年にオーストラリアに入学し、2021年に日本に帰国した。

**オ** 2020年に中国に入学し、2021年に日本に帰国した。

(3) 200万円を220万円に増やすことを目指し、3年かけて次の **[A]** **[B]** **[C]** を行いました。

**[A]** 2019年に、100万円をアメリカドルに両替、100万円をオーストラリアドルに両替

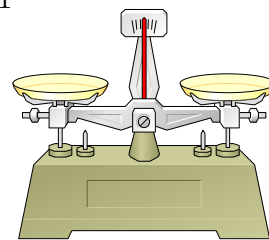
**[B]** 2020年に、オーストラリアドルをすべて日本円に両替し、その後、日本円をすべてカナダドルに両替

**[C]** 2021年に、アメリカドルとカナダドルをすべて日本円に両替

その結果、目標とする220万円には達することができませんでした。**[B]**、**[C]**で行うことは変えないこととすると、目標を達成するためには、**[A]**の時点で、元金の200万円のうち、最低で何万円をオーストラリアドルに両替すればよかったか、整数で答えなさい。

Ⅲ 図1のような上皿てんびんと何個かのおもりを使って、整数値の重さを量ります。このとき、【片皿法】、【両皿法】という2通りの量り方で、1 g から順にすべての整数値の重さを量る方法を考えます。

図1



【片皿法】 おもりは右の皿だけにのせることとする。

【両皿法】 おもりは右と左の両方にのせてもよいものとする。

(例) おもりを2個まで使うとき

○ 【片皿法】では、1 g , 2 gのおもりで、1 g から 3 g までのすべての整数値の重さを量ることができる。

○ 【両皿法】では、1 g , 3 gのおもりで、1 g から 4 g までのすべての整数値の重さを量ることができる。

図2 【両皿法】による2 gの量り方の模式図



Ⓚは量りたいもの、①は1 gのおもり、③は3 gのおもりを表す。

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) おもりを3個まで使うとき、【片皿法】、【両皿法】それぞれの方法について、1 g から最大何 g までのすべての整数値の重さを量ることができるかをまとめました。Ⓚ～Ⓛに入る数を、それぞれ答えなさい。

○ 【片皿法】では、1 g , 2 gのおもりに、Ⓚ gのおもりを加えると、1 g から Ⓛ g までのすべての整数値の重さを量ることができる。

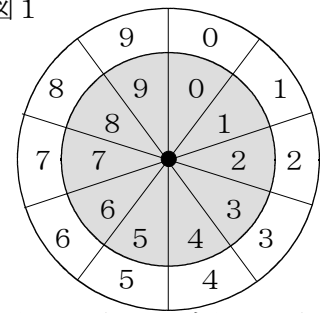
○ 【両皿法】では、1 g , 3 gのおもりに、Ⓛ gのおもりを加えると、1 g から Ⓛ g までのすべての整数値の重さを量ることができる。

(2) 【片皿法】で、1 g から30 g までのすべての整数値の重さを量ることができるようにします。このとき、おもりは最低で何個必要か、答えなさい。

(3) おもりを5個まで使うとき、【両皿法】では1 g から最大何 g までのすべての整数値の重さを量ることができるか、答えなさい。

IV インターネットで暗証番号など大事な情報を伝えるとき、他の人に読み取られないようにすることが必要です。慎一さんと美保さんは、0～9までの整数が書かれた大小2つの円盤を用いて、数を暗号にして伝える方法を考えました。図1のように、外側の円盤をA、内側の円盤をBとして、円盤Aの上に円盤Bを重ねて置き、中心をピンで留めたものが暗号解読装置になります。次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

図1



外側が円盤A、内側が円盤B

(1) 慎一さんは、番号をずらして数を伝える【慎一法】を考えました。

【慎一法】 0～9の整数から1つ選び、これをキーと呼びます。

【1】 2つの円盤の同じ数字が重なるようにセットしてから、円盤Aを固定したまま、円盤Bをキーと同じマスの数だけ時計回りに回します。

【2】 伝えたい数を円盤Bで探し、その数字と重なっている円盤Aの数字を暗号とします。

例えば、伝えたい数が“5”であるとき、キーを3とすると、円盤Bを時計回りに3マス回したとき、円盤Bの5と重なる円盤Aの数字は8となるので、「キーは3、暗号は8」というメッセージを送れば伝えることができます。

慎一さんが【慎一法】で、「キーは4、暗号は1」というメッセージを美保さんに送りました。慎一さんが伝えた数を答えなさい。

(2) 美保さんは、慎一さんの方法の安全性をさらに高めた【美保法】を開発しました。

【美保法】 暗号  $\boxed{K} \boxed{S}$  で一つの数を表します。

【1】  $-9 \sim +9$ の整数から1つ選び、これを  $\boxed{K}$  とします。

【2】  $\boxed{K}$  と9の積を  $\boxed{F}$  とします。

【3】 2つの円盤の同じ数字が重なるようにセットしてから、円盤Aを固定したまま、円盤Bを  $\boxed{K}$  が正の数のときは時計回りに、 $\boxed{K}$  が負の数のときは反時計回りに、 $\boxed{F}$  の絶対値と同じマスの数だけ回します。

【4】 伝えたい数を円盤Bで探し、その数字と重なっている円盤Aの数字を  $\boxed{S}$  とします。

【5】 複数の数を伝えるときは、メッセージの中で最初に  $\boxed{K}$  が負の数となっているものから、最後に  $\boxed{K}$  が負の数となっているものまでが伝えたい数を表しています。また、数ごとに

【1】～【4】の操作を行います。

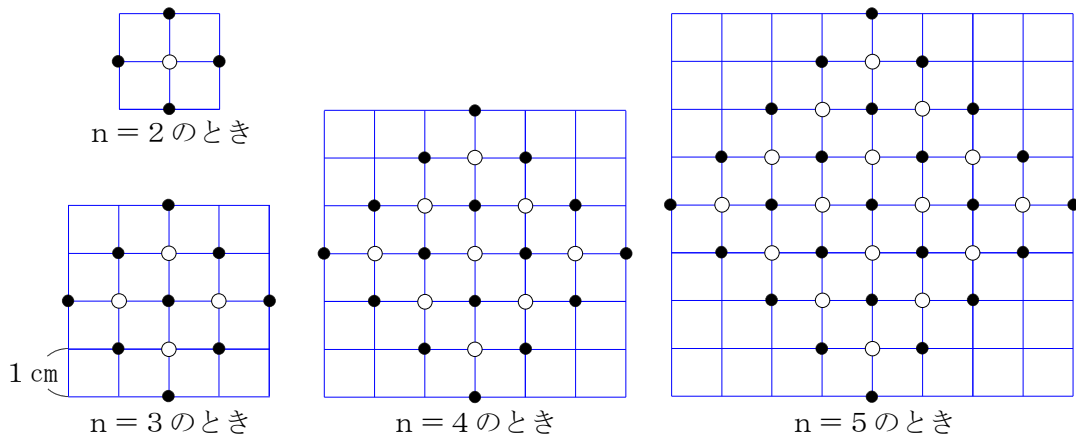
例えば、メッセージ  $\boxed{+3} \boxed{4}$  ,  $\boxed{+1} \boxed{9}$  ,  $\boxed{-2} \boxed{5}$  ,  $\boxed{+3} \boxed{9}$  ,  $\boxed{-3} \boxed{7}$  ,  $\boxed{+3} \boxed{4}$  ,  $\boxed{+8} \boxed{0}$  では、伝えたい部分は  $\boxed{-2} \boxed{5}$  ,  $\boxed{+3} \boxed{9}$  ,  $\boxed{-3} \boxed{7}$  であり、伝えた数は「3」「2」「4」ということになります。

① 美保さんが【美保法】で、 $\boxed{+4} \boxed{5}$  ,  $\boxed{-5} \boxed{5}$  ,  $\boxed{+2} \boxed{8}$  ,  $\boxed{-7} \boxed{2}$  ,  $\boxed{+9} \boxed{4}$  というメッセージを慎一さんに送りました。美保さんが伝えた数を答えなさい。

② 美保さんは【美保法】で、「1」「7」「3」「5」という4個の数を慎一さんに伝えるために、下のようなメッセージをつくりました。 $\boxed{7}$  ,  $\boxed{4}$  ,  $\boxed{9}$  に当てはまる数を、それぞれ答えなさい。

$\boxed{+1} \boxed{5}$  ,  $\boxed{+8} \boxed{0}$  ,  $\boxed{+3} \boxed{4}$  ,  $\boxed{-1} \boxed{2}$  ,  $\boxed{+2} \boxed{7}$  ,  $\boxed{4} \boxed{1}$  ,  $\boxed{9} \boxed{7}$  ,  $\boxed{+3} \boxed{8}$  ,  $\boxed{+4} \boxed{5}$

V 図のように、縦、横それぞれ 1 cm の方眼の交点上に、●と○を並べます。必ず●が外側に正方形になるように並べ、外側の正方形の 1 辺に並んだ●の数を  $n$  とします。下の(1), (2)の問いに答えなさい。



(1)  $n=10$  のとき、●と○はそれぞれ何個になるか、答えなさい。

(2)  $n=5$  のとき、図の中の●や○を 4 つの頂点とする正方形をつくります。

① 4 つの頂点のうち 2 つが●, 2 つが○となるような正方形にはどのようなものがあるか。つくることができる正方形の面積をすべて答えなさい。

② 4 つの頂点すべてが●となるような正方形にはどのようなものがあるか。つくることができる正方形の個数を答えなさい。ただし、面積が同じでも位置が異なっていれば、それぞれ違う正方形として考えることとします。

VI 図1のようなA, B 2種類のタイルがたくさんあります。これらのタイルを何枚かすき間なく並べて模様をつくります。図2の例1～3は, 2枚のタイルを縦の辺が重なるように並べて模様をつくる場合の例です。例1と例3のように, 180度回転すると同じになる場合は, 同じ模様とします。下の(1), (2)の問いに答えなさい。

図1

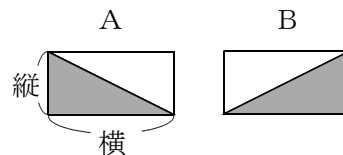
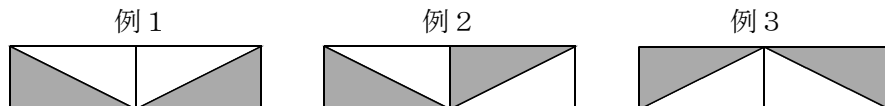


図2



(1) 2枚のタイルを縦の辺が重なるように並べて模様をつくります。

① 例1のように線対称となる模様は, 例1を含めて何種類つくりことができるか, 答えなさい。

② 例2以外で, 線対称にならない模様にはどのようなものがあるか。つくりことができる模様をすべてかきなさい。ただし, 解答用紙には正解よりも多めに解答欄を用意しています。180度回転すると同じになる模様をかかないよう注意すること。

(2) 図3のように, 8枚のタイルを, 縦に2枚, 横に4枚並べて模様をつくる時, 縦軸, 横軸のどちらの軸に対しても線対称となる模様は何種類つくりことができるか, 答えなさい。

図3

